

EXERCICE 1 :

1) Soit f une fonction numérique définie sur un intervalle I de \mathbb{R} et a un élément de I . On note C_f sa courbe représentative dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

a) Donner la définition de f dérivable en a .

b) Si f est dérivable en a , donner l'équation réduite de la tangente T_a à la courbe C_f au point d'abscisse a .

2) Donner une des définitions de l'approximation affine locale d'une fonction f au voisinage d'un réel a .

3) Donner deux exemples d'approximations affines locales au voisinage de 0.

4) Soit la fonction $f : x \longrightarrow f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

a) Préciser son domaine de définition, son domaine de dérivabilité et calculer sa dérivée.

b) Calculer $f(4)$ puis $f'(4)$.

c) En déduire l'approximation affine locale de f au voisinage du réel $a = 4$ et une approximation de $f(4,01)$.

EXERCICE 2 : On considère la fonction f définie sur $D = \mathbb{R}^*$ par $f(x) = 1 - x - \frac{1}{x}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1) Démontrer que le point $J(0 ; 1)$ est centre de symétrie de la courbe (C) .

2) Calculer la dérivée de f . Étudier le signe de f' et dresser le tableau de variations de f .

(On pourra indiquer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition, mais aucune justification n'est demandée).

3) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 2.

4) Discuter suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.

Une lecture du tableau de variations ne suffira pas.

5) On considère la fonction g définie sur \mathbb{R}^+ par $g(x) = \sqrt{x}$.

Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} (g \circ f)(x)$. Rédiger correctement.

EXERCICE 3 : Soit la fonction $f : x \longrightarrow f(x) = x \times \sqrt{2x - x^2}$.

1) Préciser son ensemble de définition.

2) Étudier la dérivabilité de f à droite en $a = 0$. Rédiger correctement le calcul de la limite ...

3) Étudier la dérivabilité de f à gauche en $a = 2$. Rédiger correctement le calcul de la limite ...